

כותרת: כמה נקודות קריטיות לא מנוונות יכולות להיות לפונקציה חלקה על משטח דו-מימדי סגור?

תקציר:

נקודה קריטית לא מנוונת של פונקציה חלקה של משתנה אחד זוהי נקודה שבה הנגזרת הראשונה של הפונקציה שווה לאפס אבל הנגזרת השניה שונה מאפס. את המושג הזה ניתן להכליל לפונקציות חלקות על משטחים חלקים (ממימד כלשהו). תורת מורס - אחת התיאוריות היפות והחשובות בגיאומטריה וטופולוגיה מודרנית - עוסקת בקשרים בין נקודות קריטיות לא מנוונות של פונקציות חלקות על משטח חלק (ממימד כלשהו) לבין המבנה הטופולוגי של המשטח.

הפרויקט הוא תרגיל מחקרי (עם תשובה ידועה אבל לא טריביאלית) - המשתתפים בפרויקט יכירו את תורת מורס דרך קריאה מודרכת של ספרות רלוונטית וישתמשו בה כדי לענות על השאלה המופיעה בכותרת ולהבין איך זה קשור לתמונה הבאה:

https://en.wikipedia.org/wiki/Morse_theory#/media/File:3D-Leveltorus.png

הקדמים לפרויקט כוללים קורסי יסוד בחדו"א, אלגברה לינארית, מד"ר, יריעות חלקות וטופולוגיה אלגברית. לסטודנטים המעוניינים בפרויקט, ובמיוחד לאלה שטרם למדו קורסי מבוא ליריעות וטופולוגיה אלגברית, מומלץ מאוד להשתתף גם בבית ספר הקיץ לסטודנטים שיתקיים בטכניון בשבוע לפני תכנית הפרויקטים בו יוסבר חלק גדול מחומר הרקע הדרוש לפרויקט.

TITLE: What is the minimal possible number of non-degenerate critical points of a smooth function on a closed 2-dimensional surface?

ABSTRACT:

A non-degenerate critical point of a smooth function of one variable is a point where the first derivative of the function vanishes but the second one is non-zero. This notion admits a generalization for smooth functions on smooth surfaces (of any dimension). One of the most beautiful and important theories in modern geometry and topology, called Morse theory, relates non-degenerate critical points of functions on a smooth surface (of any dimension) to the topological structure of the surface.

The project is a research-oriented exercise (with a known but non-trivial answer) - the participant(s) will get familiar with Morse theory through a guided reading of the relevant literature and use it to answer the question appearing in the title and to understand how it is related to the following picture:

https://en.wikipedia.org/wiki/Morse_theory#/media/File:3D-Leveltorus.png

Prerequisites for the project include basic undergraduate courses in multi-variable analysis, linear algebra, ordinary differential equations, smooth manifolds and algebraic topology. Students interested in the project, especially those who have not studied yet basic courses on smooth manifolds and algebraic topology, are strongly encouraged to attend the Undergraduate Summer School that will take place in the Technion a week before the Summer Research Projects - much of the required background knowledge for the project will be explained in the mini-courses given in the

S
c
h
o
o