יריעות הנעות תחת ההשפעה של דיפוזיה על פני משטח

איימי נוביק־כהן, מתמטיקה

כאשר מורחים שכבה דקה של נחושת או זהב על משטח של סיליקון, במטרה לייצור, למשל, שבב, קורה שבמשך הזמן כתוצאה מבלאי ועייפות החומר, שהשכבה הדקה התקלפת והסיליקון שמתחתיה נחספת, מה שלא מועיל לתפקוד תקין של השבב. במטרה לחקור תופעה זו, עלינו לאמץ מודל שיתאים לתהליך הפיסיקאלי ושנוכל לעבוד איתו. כמודל מוכר בכיוון זה, ניתן להסתכל על הגבול שבין הנחושת ובין הגז שבסביבתה, כעל יריעה חלקה (יריעה רימנית) עפ שפה הנעה תחת ההשפעה של דיפוזיה על פני משטח (מולינס, 1958):

$$V_n = -B\triangle_s\kappa.$$

כאן, V_n המהירות הנורמאלית של היריעה, κ העקמומיות של היריעה, $\triangle_s$ האופרטור של לפלס־בלטרמי, ו־B המקדם של מוליס. עלינו הכעת לנסח בעיה מתמטית עבור התופעות הפיזיקאליות המסעיקות ניסיונאים. במסגרת של הסדנא ננסח בעיות עבור גל מתקדם של התיבשות ופתרונות דמות. בהנחה שנצליח, ננסה גם לפתור, או לפחות להתחיל במלאכה.

דרישות קדם: מבוא למת׳ שימושית, מד״ר א׳. רקע מועיל: מד״ח, גיאומטריה דיפרנציאלית

Motion of Manifolds by Surface Diffusion

Amy Novick-Cohen, Mathematics

If a thin layer of copper or gold is spread on a silicon substrate, for the purpose of producing, for example, chips, it may well happen after some time, due to aging and wear, that the thin layer starts to detach from the underlying substrate, giving way to exposed ("dried") regions on the silicon substrate, which hinders proper functioning. In order to study this phenomenon, we should like to adopt a mathematical model which is sufficiently simple, yet sufficiently accurate to allow us to probe this behavior. For this purpose it is reasonable to consider the interface between the copper layer and the surrounding gas atmosphere as a smooth manifold (a Riemannian manifold) with a boundary whose motion is governed by surface diffusion (Mullins, 1958), namely

$$V_n = -B\triangle_s\kappa.$$

Here V_n is the normal velocity of the manifold, κ is its mean curvature, $\triangle_s$ is the Laplace-Beltrami operator, and B is the "Mullins" coefficient. During the workshop we shall try to formulate well-posed mathematical problems designed to describe "drying streak propagation waves" and "self-similar dry region propagation." If we succeed, we shall proceed to the next step which is trying to solve such problems.

Prerequisites: Intro Applied Math, ODEs (Madar Aleph). Potentially helpful: Intro PDEs, Differential Geometry.

$$\boxed{V_n = -B \triangle_s \kappa}$$

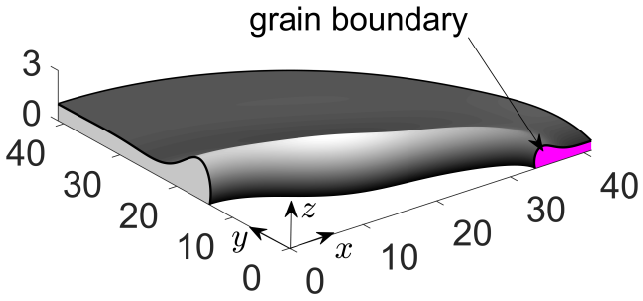

Figure 1: Dewetting of a thin film with a grain boundary for an initially circular hole. See V. Derkach, A. Novick-Cohen, E. Rabkin, Scripta Mat. **134** (2017) 115–118, and V. Derkach, PhD Thesis, Technion, 2017.

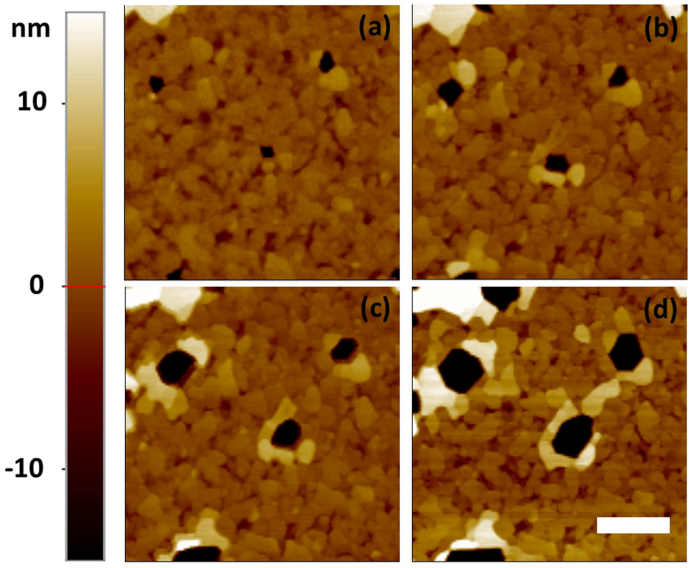

Figure 2: AFM micrographs of one and the same region of a thin (20 nm) Mo film on a sapphire substrate after annealing at 940° C for (a) 30 min, (b) 45 min, (c) 60 min, (d) 120 min. Scale bar is 1 μm. From E. Rabkin, Mat. Sci. Eng., Technion.